

**Zadání:** Jednorozměrná relativistická úloha: auto vlastní délky  $d_{a0} = 1$  projíždí rychlostí  $\beta = v/c = 0,6$  garáží stejné vlastní délky  $d_{g0} = 1$ . Když je prostředek auta uprostřed garáže, přeskóčí jiskra (událost L) a záblesk světla letí na obě strany. Vyneste vše do grafu a určete různé události v soustavě **S** (v níž garáž stojí) i v soustavě **S'** (v níž stojí auto). Značme  $T = ct$ ,  $T' = ct'$ . Lorentzův činitel je  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2} = 5/4$ .

**Garáž:** Garáž je v klidu v soustavě **S**. Má vlastní délku  $d_{g0} = 1$ , vjezd (vlevo) A, výjezd B. „Garážní“ čas  $T$  vynášíme *svisle* vzhůru (plná červená šipka). Polohu vůči garáži značíme  $x$  a vynášíme *vodorovně* (zleva doprava, plná červená šipka). Počátek souřadnic  $x = 0$  volíme v A, výjezd B má tedy  $x = 1$ .

Časový počátek  $T = 0$  v **S** i  $T' = 0$  v **S'** volíme, když ve vjezdu A do garáže je před' D auta (událost AD).

Souřadnice události píšeme ve vztažné soustavě **S** v pořadí  $[x; T]$ . Vše je bez čárky.

**Auto:** Auto jede vůči garáži (v soustavě **S**) zleva doprava rychlostí  $\beta = 0,6 = 3/5$ . Auto je v klidu v soustavě **S'**. Má vlastní délku  $d_{a0} = 1$ , vlevo zád' (C) se souřadnicí  $x' = -1$ , vpravo před' (D) se souřadnicí  $x' = 0$ . V soustavě **S'** (auta) značíme vše s čárkou, i závorku: časy  $T'$ , polohy  $x'$ , souřadnice událostí  $[x'; T']$ .

### Vysvětlivky ke grafu:

Soustava **S** (garáž) má jako osy vodorovnou červenou plnou šipku  $x$  (pro  $T = 0$ ) a svislou červenou plnou čáru  $T$  (pro  $x = 0$ , vjezd do garáže, A). Výjezd B z garáže je svislá tlustá červená čárkovaná čára se souřadnicí  $x = 1$ . Zavřená vrata vjezdni i výjezdni jsou vyznačena tlustou svislou černou čarou. Vnitřek garáže je znázorněn dole tučnou červenou vodorovnou čarou s označením **A vjezd GARÁŽ výjezd B**. **V časovém úseku  $T = (4/3 ; 5/3)$  v **S** jsou obojí vrata zavřena a auto jede mezi nimi.** Auto je z pohledu **S** znázorněno vodorovnou černou šipkou (vždy má délku 0,8 a barevné puntíky na ní vyznačují barvu příslušného místa).

Světelný signál vyslaný při setkání středu auta se středem garáže (událost L,  $T = T' = 1,5$ ) je vyznačen a popsán jasně žlutě. V příslušných soustavách dojde signál současně k oběma koncům garáže ( $T = 2$ ) či auta ( $T' = 2$ ). Může být využit pro synchronizaci hodin v autě i v garáži.

Auto je v klidu v soustavě **S'**. Ta má osy  $x'$  (tenká bleděmodrá mírně šikmá šipka) a  $T'$  (strmá bleděmodrá tučná čárkovaná šipka); ta je současně světočárou před' **D** (mající  $x' = 0$ ). Světočára zádě **C** (mající  $x' = -1$ ) je s ní rovnoběžná, bleděmodrá dlouhá tenká čárkovaná přímka. Auto v různých okamžicích v **S'** znázorňují kratší šikmé barevné šipky. Auto mění barvu (*zelená, žlutá, modrá, oranžová, šedá, černá*) každou  $\Delta t' = 1/6$ , jak je zde vyznačeno. To nám umožňuje odečítat čárkované hodnoty  $T'$  v soustavě **S'**; silnější modré šipky odpovídají celistvým hodnotám času  $T'$  (0; 1; 2; 3). Auto má samo vůči sobě v každém svém okamžiku všude stejnou barvu, jak udávají skloněné barevné šipky. Ovšem z garáže, v **S**, ho vidí v každém (svém) okamžiku duhově (černé vodorovné šipky s barevnými puntíky podle příslušné barvy). **V časovém úseku  $T' = (4/3 ; 5/3)$  v **S'** přesahuje auto přes garáž z obou stran: vepředu i vzadu.**

**Některé významné intervaly:** čtverec intervalu má velikost  $I^2 = x^2 - T^2 = x'^2 - T'^2$

### Intervaly časové povahy, $I^2 < 0$ :

$(AC-AD)^2 = -(4/3)^2 = -16/9 = -(\text{doba } T)^2$  průjezdu auta bodem na zemi (v **S**)

$(BD-AD)^2 = -(5/3)^2 + 1^2 = -16/9 = -(\text{doba})^2$  průjezdu bodu na autě garáží (v **S'**)

Platí  $(AD - AC)^2 = (B2 - B5)^2 = (AD - BD)^2 (= -16/9)$ .

Pro libovolné cifry  $x < y$  je každý z intervalů  $Ax-Ay$ ,  $Bx-By$ ,  $Cx-Cy$ ,  $Dx-Dy$  časové povahy; leží totiž na světočáře nějakého bodového objektu (A, B, C, D).

### Růžový interval AC – BD je prostorové povahy, $I^2 > 0$ :

$(AC - BD)^2 = 1^2 - (1/3)^2 = 8/9$ , = max. (vzdálenost)<sup>2</sup> setkání AC a BD.

Proto události AC (zád' auta A mívá vstup do garáže C) a BD (před' auta B mívá výstup garáže D), což jsou krajní body „růžového intervalu“, mohou být vůči sobě v různém časovém vztahu:

- v soustavě **S** nastane napřed AC a pak BD, tedy celé auto ( $d_a = 0,8$ ) je po dobu od AC do BD (tedy  $\Delta T = 1/3$ ) uvnitř garáže ( $d_g = 1$ );
- v soustavě **S'** nastane naopak napřed BD a pak AC, tedy celá garáž ( $d_g' = 0,8$ ) je po dobu od BD do AC (opět  $\Delta T' = 1/3$ ) navlečena kolem dlouhého auta ( $d_a' = 1$ );
- v jisté vztažné soustavě **S''** jsou krajní události současné. Auto má v této vztažné soustavě rychlost  $\beta'' = 1/3$ , garáž  $\beta'' = -1/3$  a auto je v ní stejně dlouhé jako garáž, totiž  $d_a'' = d_g'' = \sqrt{8/9}$ .

**Základních pět událostí** značíme dvěma písmeny (setkání auta s garáží) nebo L (světlo):

- AD do garáže vjíždí (A) příď (D) auta; také značeno A1 a D1
- AC do garáže vjíždí (A) zád (C) auta; také značeno A4 a C5
- BD z garáže vyjíždí (B) příď (D) auta; také značeno B5 a D4
- BC z garáže vyjíždí (B) zád (C) auta; také značeno B9 a C9
- L setkání středu auta se středem garáže

**Souřadnice hlavních událostí;** velké modré kroužky, hodnoty v obou soustavách v pořadí  $[x; T]$  a  $[x'; T']$

A1 = D1 = AD	= [0; 0]	= [0; 0]'	do garáže vjíždí (A) příď (D) auta
A4 = C5 = AC	= [0; 4/3]	= [-1; 5/3]'	do garáže vjíždí (A) zád (C) auta
B5 = D4 = BD	= [1; 5/3]	= [0; 4/3]'	z garáže vyjíždí (B) příď (D) auta
B9 = C9 = BC	= [1; 3]	= [-1; 3]'	z garáže vyjíždí (B) zád (C) auta
L	= [1/2; 3/2]	= [-1/2; 3/2]'	setkání středu auta se středem garáže; záblesk

**Souřadnice doplňujících událostí;** malé červené kroužky, pro světlo černé kroužky

**Vjezd (A) do garáže, když**

A2	= [0; 16/15]	= [-4/5; 4/3]'	podle auta (S') z garáže vyjíždí (B) příď (D) auta
A3	= [0; 6/5]	= [-9/10; 3/2]'	podle auta (S') nastal uprostřed záblesk L
A5	= [0; 3/2]	= [-9/8; 15/8]'	podle garáže (S) nastal uprostřed záblesk L
A6	= [0; 5/3]	= [-5/4; 25/12]'	podle garáže (S) z garáže vyjíždí (B) příď (D) auta
A7	= [0; 2]	= [-3/2; 5/2]'	dostihne ho záblesk

**Výjezd (B) z garáže, když**

B1	= [1; 0]	= [5/4; -3/4]'	podle garáže (S) do garáže vjíždí (A) příď (D) auta
B2	= [1; 3/5]	= [4/5; 0]'	podle auta (S') do garáže vjíždí (A) příď (D) auta
B3	= [1; 4/3]	= [1/4; 11/12]'	podle garáže (S) do garáže vjíždí (A) zád (C) auta
B4	= [1; 3/2]	= [1/8; 9/8]'	podle garáže (S) nastal uprostřed záblesk L
B6	= [1; 9/5]	= [-1/10; 3/2]'	podle auta (S') nastal uprostřed záblesk L
B7	= [1; 29/15]	= [-1/5; 5/3]'	podle auta (S') do garáže vjíždí (A) zád (C) auta
B8	= [1; 2]	= [-1/4; 7/4]'	dostihne ho záblesk

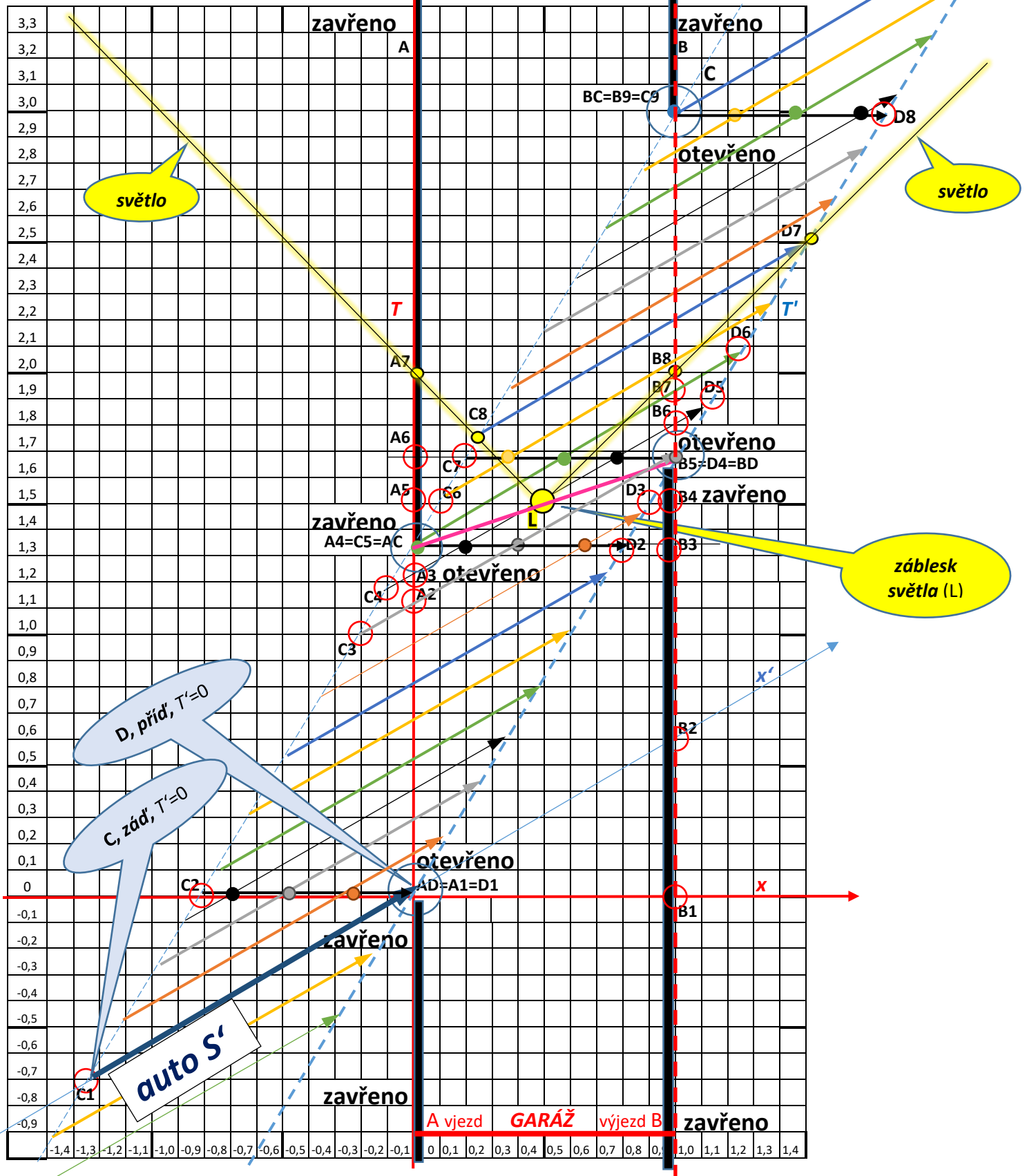
**Zád (C) auta, když:**

C1	= [-5/4; -3/4]	= [-1; 0]'	podle auta (S') do garáže vjíždí (A) příď (D) auta
C2	= [-4/5; 0]	= [-1; 3/5]'	podle garáže (S) do garáže vjíždí (A) příď (D) auta
C3	= [-1/4; 11/12]	= [-1; 4/3]'	podle auta (S') z garáže vyjíždí (B) příď (D) auta
C4	= [-1/8; 9/8]	= [-1; 3/2]'	podle auta (S') nastal uprostřed záblesk L
C6	= [1/10; 3/2]	= [-1; 9/5]'	podle garáže (S) nastal uprostřed záblesk L
C7	= [1/5; 5/3]	= [-1; 29/15]'	podle garáže (S) z garáže vyjíždí (B) příď (D) auta
C8	= [1/4; 7/4]	= [-1; 2]'	dostihne ho záblesk

**Příď (D) auta, když:**

D2	= [4/5; 4/3]	= [0; 16/15]'	podle garáže (S) do garáže vjíždí (A) zád (C) auta
D3	= [9/10; 3/2]	= [0; 6/5]'	podle garáže (S) nastal uprostřed záblesk L
D5	= [9/8; 15/8]	= [0; 3/2]'	podle auta (S') nastal uprostřed záblesk L
D6	= [5/4; 25/12]	= [0; 5/3]'	podle auta (S') do garáže vjíždí (A) zád (C) auta
D7	= [3/2; 5/2]	= [0; 2]'	dostihne ho záblesk
D8	= [9/5; 3]	= [0; 9/5]'	podle garáže (S) z garáže vyjíždí (B) zád (C) auta
D9	= [9/4; 15/4]	= [0; 3]'	podle auta (S') z garáže vyjíždí (B) zád (C) auta

Auto  $d_{a0} = 1$  jede rychlostí  $3/5 c$  podél garáže  $d_{g0} = 1$ , počátek při setkání přídě D auta s vjezdem A



Graf není rýsovaný počítačem, ale rukou ve Wordu. Je proto jen informativní, není příliš přesný.  
Jan Obdržálek, 2018-09-12